제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 다항식 $A=x^2-1$, $B=x^2+2x+7$에 대하여 $2A+B$를 간단히 하면? [2점]

① $2x^2-2x+5$ ② $2x^2+2x+5$ ③ $3x^2-2x+5$
④ $3x^2+2x+5$ ⑤ $3x^2+4x+5$

2. 두 집합

$A=\{1, 2, 4, 6\}$, $B=\{2, 4, 5\}$

에 대하여 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은? [2점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\log_2 8+\log_2 \frac{1}{2}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. $(1+2i)(1-2i)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ $2+2i$ ⑤ $3+4i$

5. 다항식 $2x^3-3x+4$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 두 직선 $x+y+2=0$, $(a+2)x-3y+1=0$이 서로 수직일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x-7 \geq 0 \\ x^2-5x-14<0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

8. x에 대한 이차방정식

$$(a^2-9)x^2=a+3$$

이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 10보다 작은 자연수 a의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 두 실수 a, b에 대하여

$$a+b=2,\ 2^{\frac{a}{2}}-2^{\frac{b}{2}}=3$$

일 때, 2^a+2^b의 값은? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

10. 실수 x에 대한 두 조건

$$p:(x-1)(x-1-a)\le 0,$$

$$q:\ -3<x\le 7$$

에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 부등식 $|3x-2| \le x+6$의 해가 $\alpha \le x \le \beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 곡선 $y=-\frac{2}{x}$를 평행이동한 것이고 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. 함수 $f(x)$의 정의역이 $\{x|x \neq -2$인 모든 실수$\}$일 때, $f(4)$의 값은? [3점]

① -3 ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{3}$

13. 첫째항이 20인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = a_n + a_{n+1} \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

이라 하자. $a_{10} = b_{10}$일 때, b_8의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

14. x에 대한 방정식

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4$$

의 세 근을 각각 α, β, γ라 할 때, $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$의 값은? [4점]

① 3 ② 7 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

15. $\sqrt[5]{8}$이 어떤 자연수 N의 n제곱근이 되도록 하는 두 자리 자연수 n의 개수는? [4점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

16. 두 메뉴 A, B를 판매하는 어느 식당이 있다. 다음은 두 메뉴 1인분을 각각 만드는 데 사용되는 두 재료 S, T의 양과 두 메뉴 1인분의 판매 가격을 표로 나타낸 것이다.

메뉴	재료 S	재료 T	판매 가격
A	100g	50g	2만 원
B	50g	150g	2만 2천 원

재료 S, 재료 T의 가격은 10g당 각각 600원, 400원이고 이 식당에서 하루에 사용할 수 있는 재료 S와 재료 T의 구입 비용의 합은 최대 30만 원이다. 이 식당에서 두 메뉴 A, B를 합하여 하루 최대 35인분을 만들 수 있을 때, 하루 동안 두 메뉴 A, B를 판매하여 얻을 수 있는 판매 금액의 최댓값은? [4점]

① 72만 원 ② 73만 원 ③ 74만 원
④ 75만 원 ⑤ 76만 원

17. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} k\{k+(k+1)+(k+2)+\cdots+n\} = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24} \quad \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(ⅰ) $n=1$일 때,
(좌변)=(우변)=[(가)] 이므로 (*)이 성립한다.

(ⅱ) $n=m$일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} k\{k+(k+1)+(k+2)+\cdots+m\} = \frac{m(m+1)(m+2)(3m+1)}{24}$$

이다. $n=m+1$일 때, (*)이 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1} k\{k+(k+1)+(k+2)+\cdots+(m+1)\}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} k\{k+(k+1)+(k+2)+\cdots+(m+1)\} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \boxed{\text{(다)}} + \frac{m(m+1)^2}{2} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{(m+1)(m+2)(m+3)(3m+4)}{24}$$

따라서 $n=m+1$일 때도 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 a, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $a+f(2)+g(3)$의 값은? [4점]

① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

18. 다항식 $f(x)=(x^2-7x+11)(x^2+3x+3)$에 대하여 두 집합 A, B를

$A=\{f(n)\mid n$은 20 이하의 자연수$\}$,

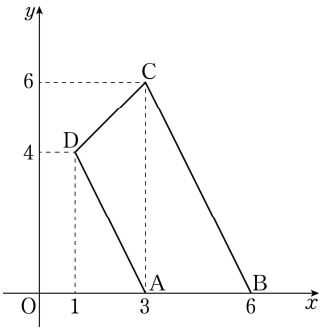
$B=\{m\mid m$은 100 이하의 소수$\}$

라 할 때, $n(A\cap B)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 좌표평면 위의 네 점 A(3, 0), B(6, 0), C(3, 6), D(1, 4)를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD에서 선분 AD를 1 : 3으로 내분하는 점을 지나는 직선 l이 사각형 ABCD의 넓이를 이등분한다. 직선 l이 선분 BC와 만나는 점의 좌표가 (a, b)일 때, $a+b$의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



20. 좌표평면 위의 두 곡선

$$y=-\sqrt{kx+2k}+4,\ y=\sqrt{-kx+2k}-4$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 두 곡선은 서로 원점에 대하여 대칭이다.

ㄴ. $k<0$이면 두 곡선은 한 점에서 만난다.

ㄷ. 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 k의 최댓값은 16이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키는 이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) 부등식 $f\left(\frac{1-x}{4}\right)\le 0$의 해가 $-7\le x\le 9$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\ge 2x-\frac{13}{3}$이 성립한다.

① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{23}{12}$ ④ 2 ⑤ $\frac{25}{12}$

단답형

22. 첫째항이 $\frac{1}{2}$이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_6의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식 $x^2+8x-2=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$의 값을 구하시오. [3점]

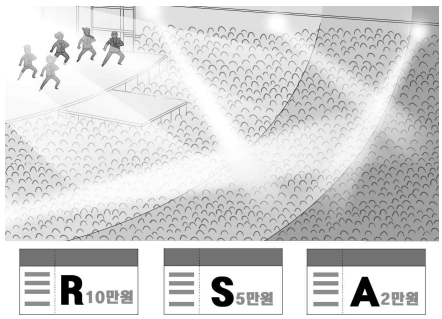
24. 두 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x$, $g(x)=2x+5$에 대하여 $(g\circ f^{-1})(2)$의 값을 구하시오. [3점]

25. 점 $(0, 3)$에서 원 $x^2+y^2=1$에 그은 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표를 k라 할 때, $16k^2$의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 인기 그룹의 공연을 준비하고 있는 기획사는 다음과 같은 조건으로 총 1500장의 티켓을 판매하려고 한다.

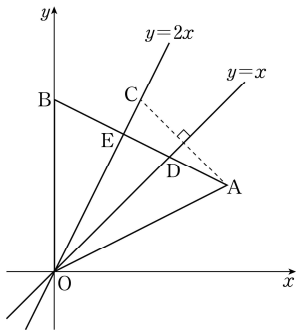
> (가) 티켓의 종류는 R석, S석, A석 세 가지이다.
> (나) R석, S석, A석 티켓의 가격은 각각 10만 원, 5만 원, 2만 원이고, A석 티켓의 수는 R석과 S석 티켓의 수의 합과 같다.

티켓 1500장을 모두 판매한 금액이 6000만 원이 되도록 하기 위해 판매해야 할 S석 티켓의 수를 구하시오. [4점]



27. 집합 $X=\{3, 4, 5, 6, 7\}$에 대하여 함수 $f : X \to X$는 일대일 대응이다. $3 \le n \le 5$인 모든 자연수 n에 대하여 $f(n)f(n+2)$의 값이 짝수일 때, $f(3)+f(7)$의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면 위에 제1사분면의 점 A와 y축 위의 점 B에 대하여 $\overline{AB}=\overline{AO}=2\sqrt{5}$인 이등변삼각형 OAB가 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하면 점 C는 직선 $y=2x$ 위의 점이다. 선분 AB가 두 직선 $y=x$, $y=2x$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 삼각형 ODE의 외접원의 둘레의 길이를 $k\pi$라 하자. $9k^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



29. 함수 $f(x)=x^2+2x-8$에 대하여 부등식

$$\frac{|f(x)|}{3}-f(x) \geq m(x-2)$$

를 만족시키는 정수 x의 개수가 10이 되도록 하는 양수 m의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_n\}$의 모든 항은 정수이다.

(나) a_7, a_8, a_k가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 8보다 큰 자연수 k가 존재한다.

$a_k=144$가 되도록 하는 모든 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.