제 2 교시

수학 영역 (A형)

5 지 선 다 형

1. $2^{\frac{2}{3}} \times 8^{\frac{1}{9}}$의 값은? [2점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} a-1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & b+2 \end{pmatrix}$에 대하여 $A=B$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

3. $\log_9 36-\log_3 2$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 지수방정식 $\left(\frac{9}{4}\right)^x=\left(\frac{2}{3}\right)^{1+x}$의 해는? [3점]

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 7 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$에 대하여 $(A-E)B=E$가 성립할 때, $a+b+c+d$의 값은? (단, E는 단위행렬이다.) [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 로그부등식 $\log_2(x-3)+\log_2(x+1)\le 5$를 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 5개의 꼭짓점 A, B, C, D, E로 이루어진 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타낸 행렬이 다음과 같다.

$$\begin{array}{c} \\ \mathrm{A}\\ \mathrm{B}\\ \mathrm{C}\\ \mathrm{D}\\ \mathrm{E}\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}\mathrm{A} & \mathrm{B} & \mathrm{C} & \mathrm{D} & \mathrm{E}\end{array}\\ \begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

이 그래프의 꼭짓점 A에서 출발하여 다른 한 꼭짓점을 지나 꼭짓점 D로 가는 경로의 수는? [3점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

8. 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x^2+2x+10)$의 최댓값은? [3점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

9. 다항식 x^2+2x+3을 두 일차식 $x-\log_2 a$와 $x-\log_2 2a$로 각각 나눈 나머지가 서로 같을 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

10. 세 수 $A=2^{\sqrt{3}}$, $B=\sqrt[3]{81}$, $C=\sqrt[4]{256}$의 대소 관계로 옳은 것은? [3점]

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $C<A<B$ ⑤ $C<B<A$

[11~12] 지수함수 $f(x)=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$에 대하여 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. $a=2$ 일 때 방정식 $f(x)-\sqrt{2}f(-x)+1-\sqrt{2}=0$의 해는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

12. 이차정사각행렬 M의 $(i,\ j)$성분 m_{ij}가

$$m_{ij}=\begin{cases} f(i)+f(j) & (i=j) \\ f(i)\times f(j) & (i\neq j) \end{cases}$$

일 때 행렬 M의 모든 성분의 곱이 2^8이다. 이때 상수 a의 값은? [3점]

① $2^{\frac{1}{3}}$ ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ 2 ④ $2^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{3}}$

13. 다음은 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여

$$2A^2+AB=E \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$
$$AB+2BA=2A+E \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

이 성립할 때, 행렬 A의 역행렬 A^{-1}를 A와 E로 나타내는 과정이다. (단, E는 단위행렬이다.)

㉠에서 $A^{-1}=$ (가) $\times A+B$ …… ㉢

또한 $AA^{-1}=A^{-1}A$이므로 ㉢에서 $AB=BA$

따라서 ㉡에서 $AB=$ (나) $\times A+\frac{1}{3}E$이고,

㉠에서 $AB=E-2A^2$이므로

$E-2A^2=$ (나) $\times A+\frac{1}{3}E$

그러므로 $A^{-1}=$ (다) $\times A+E$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, 세 수 p, q, r의 곱 pqr의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 어느 해상에서 태풍의 최대 풍속은 중심 기압에 따라 변한다. 태풍의 중심 기압이 P(hPa)일 때 최대 풍속 V(m/초)는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$V=4.86(1010-P)^{0.5}$$

이 해상에서 태풍의 중심 기압이 900(hPa)과 960(hPa)일 때, 최대 풍속이 각각 V_A(m/초), V_B(m/초)이었다. $\frac{V_A}{V_B}$의 값은? (단, $\log 1.1=0.0414$, $\log 1.472=0.1679$, $\log 1.483=0.1712$, $\log 2=0.3010$으로 계산한다.) [4점]

① 1.301 ② 1.414 ③ 1.472
④ 1.483 ⑤ 1.679

15. 집합 $S=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \middle| a, b, c\text{는 양의 실수}\right\}$에 대하여 S의 임의의 두 원소 A, B에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}=kA$ (단, k는 실수)
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. $AB^2A=BA^2B$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. $x<2$인 임의의 실수 x에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} 2^x & a+4 \\ -1 & 2^x-4 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하도록 하는 실수 a의 값의 범위는? [4점]

① $-5 \le a < -1$ ② $-4 \le a < 0$
③ $-3 \le a < 1$ ④ $a \le -3$ 또는 $a > 1$
⑤ $a \le -4$ 또는 $a > 0$

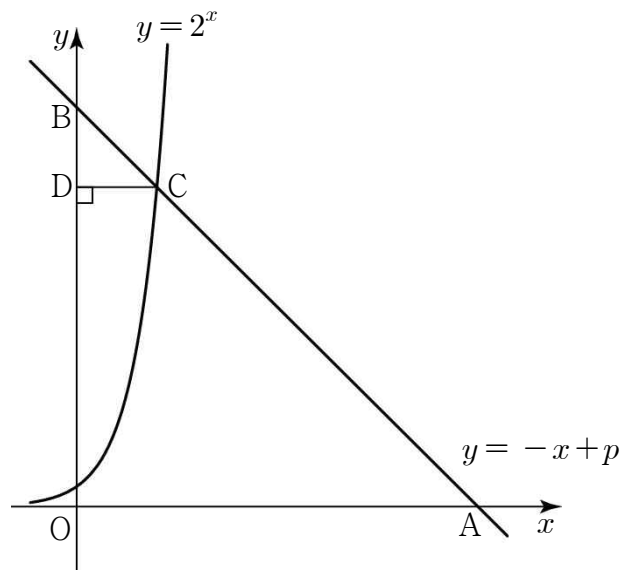
17. x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{cases}(a+1)\cdot 2^{x}-3^{y}=0\\ 2^{x}-b\cdot 3^{y-1}=0\end{cases}$$

이 해를 갖도록 하는 정수 a, b의 곱 ab의 최댓값은? [4점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

18. 그림과 같이 직선 $y=-x+p$ $(p>1)$이 x축, y축, 곡선 $y=2^{x}$과 만나는 점을 각각 A, B, C라 하고, 점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 D라 하자. 삼각형 BDC의 넓이가 8일 때, 삼각형 OAC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]

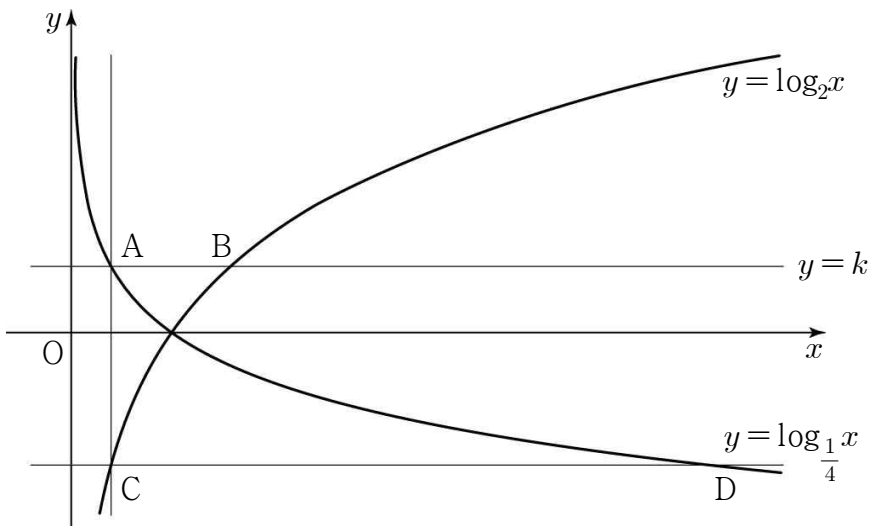


① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

19. 부등식 $(x-4)^2+(y-1)^2 \le 4$를 만족시키는 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(x, y)$에 대하여 행렬 A를 $A=\begin{pmatrix} 3 & y \\ 4 & x-1 \end{pmatrix}$이라 하자. 행렬 A의 역행렬이 존재하지 않을 때, 점 $\mathrm{P}(x, y)$가 나타내는 도형의 길이는? [4점]

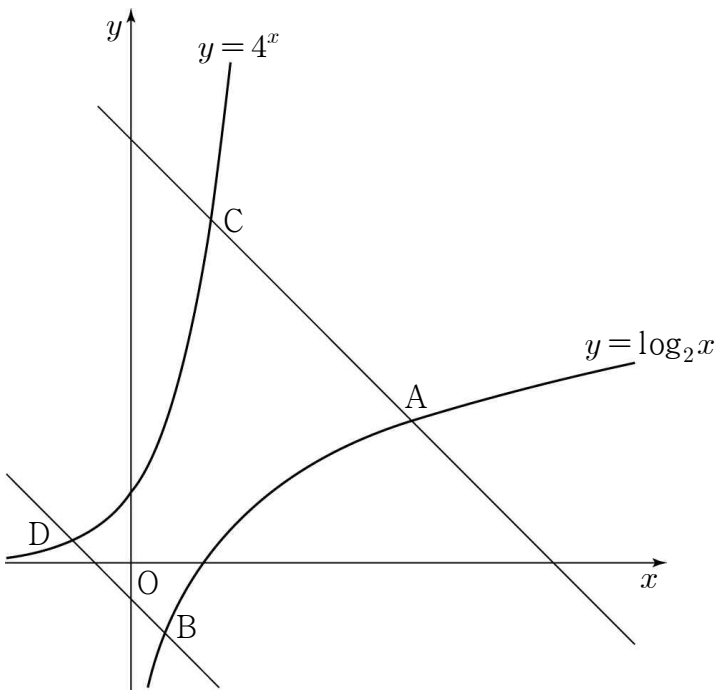
① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15}$

20. 그림과 같이 직선 $y=k\ (k>0)$이 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$, $y=\log_2 x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 C라 하고, 점 C를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$와 만나는 점을 D라 하자. $\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CD}}}=\dfrac{1}{5}$일 때, 실수 k의 값은? [4점]



① $\dfrac{4}{9}$ ② $\dfrac{5}{9}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{7}{9}$ ⑤ $\dfrac{8}{9}$

21. 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점 $\mathrm{A}(4,\ 2)$를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=4^x$과 만나는 점을 $\mathrm{C}(x_1,\ y_1)$이라 하고, 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점 $\mathrm{B}\left(\frac{1}{2},\ -1\right)$을 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=4^x$과 만나는 점을 $\mathrm{D}(x_2,\ y_2)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $x_1+x_2>0$

ㄴ. $y_1y_2>1$

ㄷ. $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}>\frac{7}{6}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\log_a 3\times\log_9 b=10$일 때, $\log_a b$의 값을 구하시오. (단, $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$)[3점]

23. 5개의 꼭짓점으로 이루어진 그래프 G의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타낸 행렬이 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & p \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

그래프 G에서 2개의 변이 연결된 꼭짓점의 개수를 q라 할 때, p^2+q^2의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y=a+\frac{1}{2}\log_3(x-b)$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=4$이고 이 그래프가 점 $(13, 2)$를 지날 때, $5(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [3점]

25. 두 실수 x, y에 대하여 두 행렬 A, B를

$$A=\begin{pmatrix}-1 & x\\ 3 & 0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ y & -1\end{pmatrix}$$

이라 하자. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$일 때 x^2+y^2의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 공장에서 두 제품 A, B를 생산하고 있다. 두 제품 A, B의 7월의 생산량의 총합은 400개였다. 제품 A의 8월의 생산량은 제품 A의 7월의 생산량에 비하여 15% 증가하였고, 제품 B의 8월의 생산량은 제품 B의 7월의 생산량에 비하여 10% 감소하여 두 제품 A, B의 8월의 생산량의 총합은 420개였다. 7월의 두 제품 A, B의 생산량을 각각 x, y라 하면 다음 등식이 성립한다.

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & 40\\ 46 & b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}40\\ 42\end{pmatrix}$$

이때 두 상수 a와 b에 대하여 $\frac{ab}{4}$의 값을 구하시오. [4점]

27. 연립부등식

$$\begin{cases} 3^{5(1-x)} \le \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-1} \\ (\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 3 < 0 \end{cases}$$

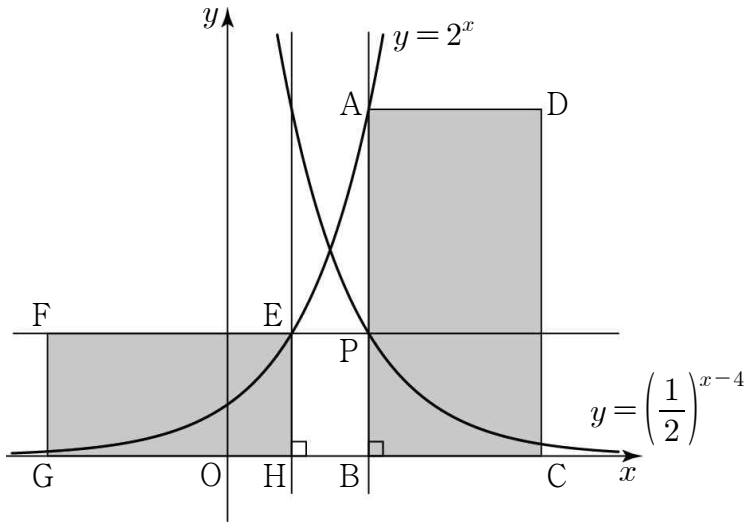
을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 두 지수함수 $f(x)=4^x$, $g(x)=3\cdot 2^{x+1}-k$의 그래프가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B의 x좌표를 각각 a, b라 할 때, $ab<0$을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$의 제1사분면 위의 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 직선 AB와 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$의 교점을 P라 하자. 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 E, 점 E에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. x축 위의 두 점 C와 G를

$$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1 , \ \overline{EH} : \overline{HG} = 1 : 2$$

가 되도록 잡아 직사각형 ABCD와 직사각형 EFGH를 각각 그린다. 이때 직사각형 ABCD의 넓이와 직사각형 EFGH의 넓이의 합의 최솟값을 구하시오. [4점]



30. 양수 n에 대하여 $\log n$의 지표와 가수를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, 다음 두 조건을 모두 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $f(2x)=f(y)=0$
(나) $g(2x+y)<g(2x)+g(y)$

※ 확인 사항
답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.