2017학년도 11월 고2 전국연합학력평가 문제지

수학 영역(나형)

제 2 교시

1. $\lim_{x \to 0}(x^2-4x+9)$의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 부분집합 $A=\{2, 4\}$에 대하여 집합 A^C의 원소의 개수는? (단, A^C은 A의 여집합이다.) [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\log_3 1+\log_3 9$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\lim_{n \to \infty}\frac{an+2}{2n-1}=1$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

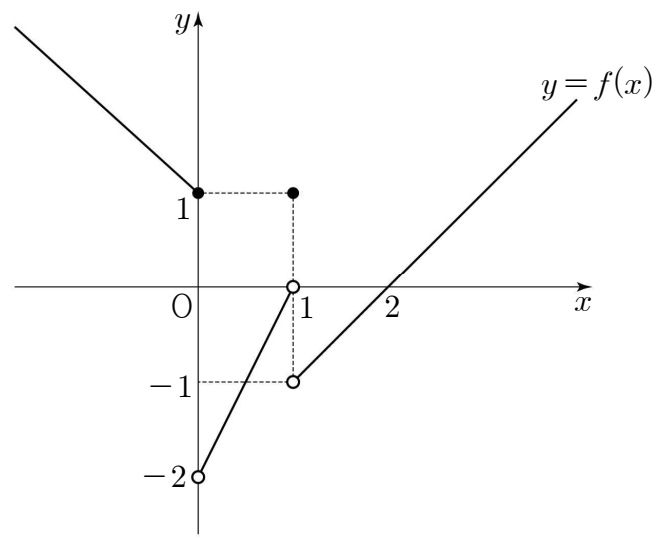
5. 함수 $f(x)=x^3+2x^2+x$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 두 함수 $f(x)=x-3$, $g(x)=x^2+1$에 대하여 $(g \circ f)(5)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$f(0)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

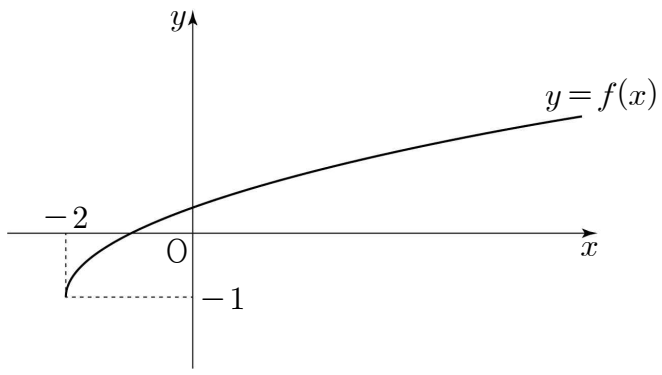
8. 함수 $f(x)=\int(3x^2-6x)dx$에 대하여 $f(0)=7$일 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 유리함수 $f(x)=\dfrac{x+b}{x-a}$의 그래프가 점 $(3,\ 7)$을 지나고, 직선 $x=2$를 한 점근선으로 가질 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 무리함수 $f(x)=\sqrt{x+a}+b$의 그래프가 그림과 같을 때, $f(7)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]



① $\dfrac{3}{2}$ ② 2 ③ $\dfrac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\dfrac{7}{2}$

11. $\sqrt[3n]{8^4}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합은? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$a_{n+1} = \dfrac{n+4}{2n-1}a_n$을 만족시킨다. $a_1 = 1$일 때, a_5의 값은? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

13. 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x-3}{2}\right)^n$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 값의 합은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14. 함수 $f(x)=x^2-ax+3$에 대하여

$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=1$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 x가

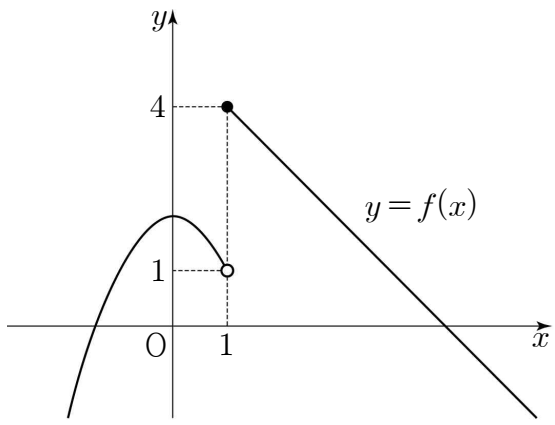
$$x=t^3-9t^2+8t$$

이다. 점 P가 처음으로 원점을 지날 때, 점 P의 속도는? [4점]

① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

16. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

함수 $g(x)=x^2+ax-9$일 때, 함수 $f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 닫힌 구간 $[1, 4]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+8$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

18. 다섯 개의 실수 a, x, y, z, b는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 다섯 개의 실수 a, p, q, r, b는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $ab \neq 0$) [4점]

〈 보 기 〉

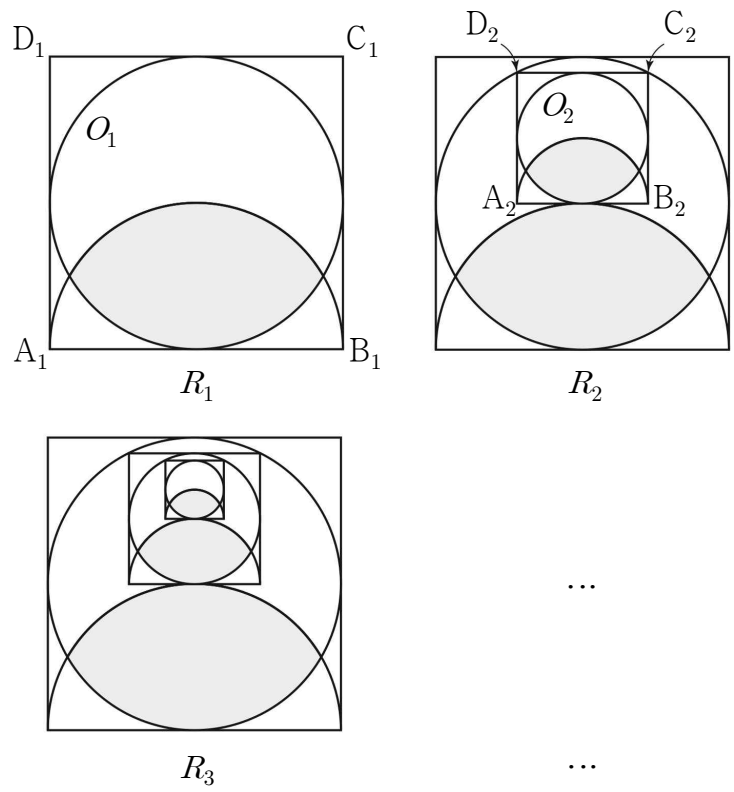
ㄱ. $a+b=2y$

ㄴ. $aprb=q^3$

ㄷ. $(x+z)^2 \geq 4pr$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$에 내접하는 원 O_1과 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 원의 위쪽 반원을 그린다.
원 O_1의 내부와 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의 내부의 공통부분인 ⬭ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 원 O_1의 내부의 색칠하지 않은 부분인 ◠ 모양의 도형 내부에 원 O_1의 중심을 지나고 선분 A_1B_1에 평행한 직선 위의 두 점 A_2, B_2와 원 O_1 위의 두 점 C_2, D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다.
정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 내접하는 원 O_2와 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원을 그린다.
원 O_2의 내부와 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의 내부의 공통부분인 ⬭ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 원 O_2의 내부의 색칠하지 않은 부분인 ◠ 모양의 도형 내부에 그림 R_1에서 그림 R_2를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ⬭ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{9}{4}\left(\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)$ ② $\frac{5}{2}\left(\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)$ ③ $\frac{7}{2}\left(\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)$
④ $\frac{4}{3}\left(\frac{8}{3}\pi-\sqrt{3}\right)$ ⑤ $\frac{7}{4}\left(\frac{8}{3}\pi-\sqrt{3}\right)$

20. 전체집합 $U=\{x|x$는 21 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(X\cup Y)=17$, $n(X\cap Y)=1$
(나) 집합 X의 임의의 서로 다른 두 원소는 서로 나누어떨어지지 않는다.

집합 X의 모든 원소의 합을 $S(X)$, 집합 Y의 모든 원소의 합을 $S(Y)$라 할 때, $S(X)-S(Y)$의 최댓값은? (단, $n(X)\geq 2$) [4점]

① 140 ② 144 ③ 148 ④ 152 ⑤ 156

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $|f(x)-t|$가 미분가능하지 않은 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $f(x)$, $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f'(x)=0$의 실근은 1, 4뿐이다.
(나) 함수 $g(t)$는 $t=2$와 $t=-25$에서만 불연속이다.
(다) 방정식 $f(x)=0$은 4보다 큰 실근을 갖는다.

$f(-1)$의 값은? [4점]

① 41 ② 44 ③ 47 ④ 50 ⑤ 53

단답형

22. $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{5}{4}}$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=3x-7$에 대하여 $f^{-1}(8)$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\sum_{k=1}^{10}(k+1)^2-\sum_{k=1}^{10}(k-1)^2$의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+k & (x \le 2) \\ x^2+4x+6 & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가

$$p : x^2-4n^2 < 0,$$
$$q : x^2-6x+5=0$$

이다. p가 q이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n^2}-2\right)$가 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+5a_n}{n^2+a_n}$의 값을 구하시오. [4점]

28. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a_1=2$

(나) 모든 자연수 n에 대하여 이차방정식 $x^2-2\sqrt{a_n}x+a_{n+1}-3=0$이 중근을 갖는다.

29. 두 실수 $a(a \neq 0)$, b에 대하여 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}ax^3-bx^2-(a-4)x-3a^2,$$

$$g(x)=(a+b)x^2-2(a+2)x$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고
> 방정식 $f(x)+g(x)=0$이 서로 다른 2개의 실근을 갖는다.

다음은 실수 b의 범위를 구하는 과정이다.

> 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하므로 a는 양수이다.
> 방정식 $f'(x)=0$의 판별식을 D라 하면
> $D=4b^2+$ (가) ≤ 0 ……㉠
> 방정식 $f(x)+g(x)=0$이 서로 다른 2개의 실근을 가지므로
> 방정식 $x^3+3x^2-9x=$ (나) 의 서로 다른 실근의
> 개수는 2이다.
> $h(x)=x^3+3x^2-9x$라 하자.
> 함수 $h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.
>
> | x | $\cdots$ | -3 | $\cdots$ | 1 | $\cdots$ |
> |---|---|---|---|---|---|
> | $h'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
> | $h(x)$ | ↗ | 극대 | ↘ | 극소 | ↗ |
>
> 따라서 $a=$ (다) ……㉡
> ㉠, ㉡에서
> $-\sqrt{3} \leq b \leq \sqrt{3}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $F(a)$, $G(a)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $F(5)+G(4)+k$의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 m에 대하여 집합 A_m을

$$A_m=\{ab \mid \log_2 a+\log_4 b\text{는 100 이하의 자연수},\ a(1 \leq a \leq m)\text{은 자연수},\ b=2^k(k\text{는 정수})\}$$

라 하자. $n(A_m)=205$가 되도록 하는 m의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.