2012 12월 고2 영남권연합학력평가 문제지

2 교시 영역(A)

		수험 번호						2				

1

- 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $^{3}+\log_3 \frac{1}{27}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $(A+B)(A-B)$의 모든 성분의 합은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\lim_{n\to\infty} \frac{(an-1)(an+1)}{n^2+1} = 16$일 때, 양수 a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 등차수열 $a_n\}$ 이

$$a_1+a_3+a_5=30$$

$$a_2+a_4+a_6=51$$

을 만족시킬 때, 공차는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 정의역이 $x \mid -1 \le x \le 2\}$인 함수 $y=9^x-2\cdot 3^{x+1}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

6. , y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 2k-1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가질 때, 상수 k 의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 어느 학교에서 교사 12 명과 학생 300 명이 미술관을 관람하려고 한다. 교사와 학생이 오전 관람과 오후 관람 중 하나를 선택한 결과는 [표1]과 같고, 관람료와 할인율은 [표2]와 같다. 이 학교에서 지불해야 할 총 관람료를 행렬의 곱으로 바르게 나타낸 것은? [3점]

	교사(명)	학생(명)
오전	5	140
오후	7	160

[표1]

	정상가격 (원)	할인율(%)	
		오전	오후
교사	5,000	10	5
학생	3,000		

[표2]

① $(0.9\ \ 0.95)\begin{pmatrix} 5 & 140 \\ 7 & 160 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5000 \\ 3000 \end{pmatrix}$ ② $(0.95\ \ 0.9)\begin{pmatrix} 5 & 140 \\ 7 & 160 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3000 \\ 5000 \end{pmatrix}$

③ $(0.95\ \ 0.9)\begin{pmatrix} 7 & 140 \\ 5 & 160 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5000 \\ 3000 \end{pmatrix}$ ④ $(0.9\ \ 0.95)\begin{pmatrix} 140 & 5 \\ 160 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5000 \\ 3000 \end{pmatrix}$

⑤ $(0.9\ \ 0.95)\begin{pmatrix} 7 & 140 \\ 5 & 160 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3000 \\ 5000 \end{pmatrix}$

8. 등차수열 $a\ \}$ 의 첫째항부터 n 항까지의 합을 $_n$ 이라 하자. $S_5=10$, $S_{10}=30$ 일 때, S_{15} 의 값은? [3점]

① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

9. 전기 집진 장치는 고압 직류의 전원을 사용하여, 고압 직류 전압을 방전극(−)과 집진극(+)에 보내어 적당한 불평등 전기장을 이루게 함으로써 가스 중의 먼지에 전하를 주어 집진극(+)으로 이동하여 부착된 먼지를 탈진시켜 포집하는 장치이다.

어떤 종류의 전기 집진기는 먼지 입자의 이동 속도 $W(\mathrm{m/s})$와 유량 $Q(\mathrm{m^3/s})$가 일정하고, $k=\dfrac{Q}{W}$ 이다.

집진극의 넓이 $S(\mathrm{m^2})$와 효율 η( ) 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$S=k\log_a 1-\frac{\eta}{100}\Big) \text{ (단, } a,\ k \text{는 상수이다.)}$$

위와 같은 종류의 두 전기 집진기 A, B에서 전기 집진기 A의 집진극의 넓이는 전기 집진기 B의 집진극의 넓이의 2 배이다. 전기 집진기 B의 효율이 80 %일 때, 전기 집진기 A의 효율(%)은? [3점]

① 90 ② 92 ③ 94 ④ 96 ⑤ 98

10. 첫째항이 3 이고 공차가 3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$\log_5 b_n = \frac{a_n + a_{n+2}}{6} \quad (n \geq 1)$$

라 할 때, $b_n < 2012$ 를 만족시키는 자연수 n 의 최댓값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$a^x = b^y = c^z = 8, \ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}$$

일 때, $\frac{ac}{b}$ 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

[12~13] 행렬 $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **과 단위행렬** E **에 대하여 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.**

12. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $(2AB)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 $(BA)^2$ 의 모든 성분의 합은? [3점]

① −2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

13. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 $A^n = a_n A + b_n E$ 를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n}{2^n}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

14. 함수 $(x) = \log\ x + 1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 교점의 x 좌표는 1, 2 이다.

ㄴ. $1 < \alpha < 2 < \beta$ 이면 $f(\alpha) - g(\alpha)\}\{f(\beta) - g(\beta)\} < 0$이다.

ㄷ. 모든 실수 x_1 , x_2 에 대하여 $x_2 - x_1 \le g(x_2) - g(x_1)$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 역행렬을 갖는 이차정사각행렬 가

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad A^{2)-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 수열 $a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_1 - \frac{1}{3}a_2 + \cdots + \frac{1}{n+1}(-1)^{n+1} a_n \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식으로부터 $a_2 = \frac{1}{2}a_1 = \frac{1}{2}$이다.

모든 자연수 m 에 대하여

(i) $n = 2m$ 일 때

$$a_{2m+1} = \frac{1}{2}a_1 - \frac{1}{3}a_2 + \cdots + \frac{1}{2m}a_{2m-1} - \frac{1}{2m+1}a_{2m} \quad \cdots ㉠$$

이므로

$$a_{2m} = \frac{1}{2}a_1 - \frac{1}{3}a_2 + \cdots + \frac{1}{2m}a_{2m-1} \quad \cdots\cdots ㉡$$

이다.

㉠에서 ㉡을 뺀 식으로부터

$$a_{2m+1} = \boxed{\quad (\quad) \quad} \times a_{2m}$$

이다.

(ii) $n = 2m+1$ 일 때

$$a_{2m+2} = \frac{1}{2}a_1 - \frac{1}{3}a_2 + \cdots - \frac{1}{2m+1}a_{2m} + \frac{1}{2m+2}a_{2m+1} \cdots\cdots ㉢$$

$$\vdots$$

$$a_{2m+2} = \boxed{\quad (나) \quad} \times a_{2m+1}$$

이다.

따라서 $a_{2m+1} = \frac{1}{3}$이고, $a_{2m+2} = \frac{1}{3} \times \boxed{\quad (나) \quad}$이다.

$$\vdots$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(m)$, (나)에 알맞은 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(9) \times g(9)$의 값은? [4점]

① $\frac{37}{38}$ ② $\frac{187}{190}$ ③ $\frac{189}{190}$ ④ $\frac{191}{190}$ ⑤ $\frac{193}{190}$

17. 반지름의 길이가 인 원 에 외접하고 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.

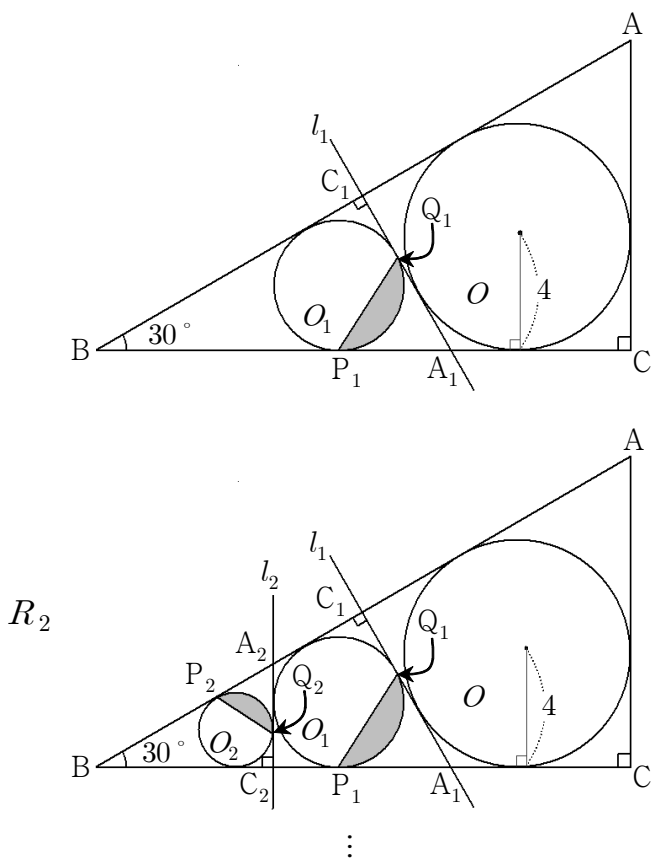
그림과 같이 원 O와 접하고 빗변 AB에 수직인 직선을 l 이라 하고, l_1과 변 AB와 변 BC의 교점을 각각 C_1, A_1이라 하자.

새로 그려진 직각삼각형 A_1BC_1에 내접원 O_1을 그려 원 O_1과 변 A_1B와 변 A_1C_1의 접점을 각각 P_1, Q_1이라 하고 현 P_1Q_1과 꼭짓점 A_1에 가까운 호 P_1Q_1로 둘러싸인 활꼴에 색칠을 하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 원 O_1에 접하고 직각삼각형 A_1BC_1의 빗변 A_1B에 수직인 직선을 l_2라 하고, l_2와 변 A_1B와 변 BC_1의 교점을 각각 C_2, A_2라 하자.

새로 그려진 직각삼각형 A_2BC_2에서 내접하는 원 O_2를 그려 원 O_2와 변 A_2B와 변 A_2C_2의 접점을 각각 P_2, Q_2라 하고 현 P_2Q_2와 꼭짓점 A_2에 가까운 호 P_2Q_2로 둘러싸인 활꼴에 색칠을 하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 모든 활꼴의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{4}{3}\pi - 3$ ② $\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$ ③ $4\pi - 3\sqrt{3}$

④ $\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}\pi - 5\sqrt{3}$

18. 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+|x|)^{n-1}}$$

일 때, 직선 $y = 2x + \frac{1}{2}$과 함수 $f(x)$의 그래프의 모든 교점의 x 좌표의 합은? [4점]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

19. 부등식 $y \geq -x + 16$이 나타내는 영역에 속하는 점 $P(x, y)$에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} x & y \\ 2r-y & x-2r \end{pmatrix}$이 역행렬을 갖지 않을 때, 실수 r의 최솟값은? [4점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

20. 두 이차정사각행렬 B가 $2A+B=E$, $AB=O$를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $BA=O$

ㄴ. $(A+2B)=A+4B$

ㄷ. 모든 자연수 n에 대하여 $(A+B)^{n+1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}A+B$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 정의역이 $\{x \mid x>0\}$인 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족한다.

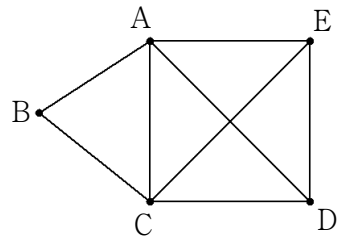
(가) $0<x\le 1$에서 $f(x)=x$이다.
(나) $f(x+1)=-f(x)$

자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}_n(n+1,\ 1)$과 원점 O를 지나는 직선을 l_n이라 하자. 직선 l_n과 함수 $f(x)$의 그래프와의 교점의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

① 25 ② 29 ③ 33 ④ 37 ⑤ 41

(22 ~ 30)

22. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



23. 로그방정식 $\log_2(x-3)=\log_4(5x-9)$의 근을 구하시오. [3점]

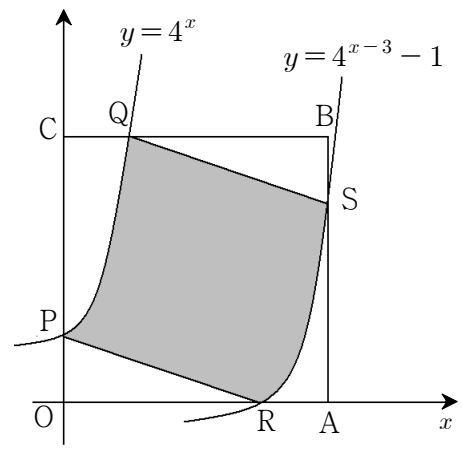
24. 연립부등식

$$\begin{cases} 2^{x+1} \geq 16 \\ \log_3(x-1) \leq 2 \end{cases}$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 합을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열이 등비수열이고, $a_1=2$, $a_2=5$, $a_3=14$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 $O(0,0)$, $A(4,0)$, $B(4,4)$, $C(0,4)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 OABC 가 있다. 곡선 $y=4^x$ 이 변 OC, 변 BC 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하고, 곡선 $y=4^{x-3}-1$ 이 변 OA, 변 AB 와 만나는 점을 각각 R, S 라 하자. 두 곡선 $y=4^x$, $y=4^{x-3}-1$ 과 두 선분 PR, QS 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]



27. 네 상수 a, b, c, d 에 대하여

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, x, y 에 대한 연립일차방정식

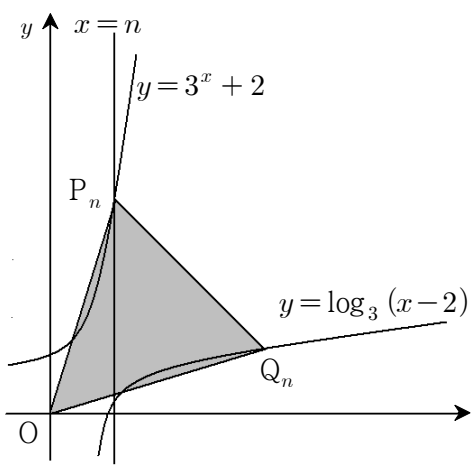
$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

의 해는 $x=\alpha$, $y=\beta$ 이다. $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 이차정사각행렬 의 모든 성분의 합이 이고, 행렬 $A+E$의 역행렬을 $A-E$라 할 때, 행렬 $A+A+A^3+\cdots+A^{10}$의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

29. 자연수 n에 대하여 직선 $x=n$과 곡선 $y=3^x+2$가 만나는 점을 P_n이라 하고, 점 P_n을 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=\log_3(x-2)$와 만나는 점을 Q_n이라 하자.

삼각형 P_nOQ_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2S_n+n^2}{9^{n-2}}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



30. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$라 하자.

$$f(n^2)+f(n^5)=16$$

을 만족시키는 자연수 n의 개수를 상용로그표를 이용하여 구하시오. [4점]

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
⋮	⋮									
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
						.5502	.5514	.5527	.5539	

* 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표시)했는지 확인하시오.